

物理 I：电磁学

EQmarks 双草酸酯（辅助电子化）

目录

1 稳恒磁场与磁感应强度	2
1.1 磁力线	2
1.2 磁感应强度的定义	2
2 磁通量与高斯定理	2
2.1 磁通量	2
2.2 磁场的高斯定理	2
3 磁场对运动电荷与电流的作用	3
3.1 洛伦兹力	3
3.2 霍尔效应	3
3.3 安培力	3
3.4 闭合线圈在匀强磁场中的作用	4
4 电磁感应	5
4.1 法拉第电磁感应定律	5
4.2 电动势的本质	5
4.3 楞次定律	5
4.4 直导线与矩形线圈的感应电动势	5
5 动生电动势与感生电动势	6
5.1 动生电动势	6
5.2 感生电动势	6

1 稳恒磁场与磁感应强度

1.1 磁力线

1. 无头无尾的闭合曲线。
2. 与电流相互套环，服从右手螺旋定则。
3. 磁力线不相交。
4. 方向：磁力线切线方向为磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向。
5. 大小：磁力线的疏密表示 B 的大小；磁力线越密， B 越大。

1.2 磁感应强度的定义

相比于静电场引入点电荷模型 ($\vec{E} = \vec{F}/q_0$)，恒定磁场引入**电流元**模型 $I d\vec{l}$ 。一般情况下，电流元在磁场中各点受力不同；同场点电流元取向不同，受力也不同。但在空间某点总有一个取向使得受力为零 ($d\vec{F} = 0$)，而垂直于该方向时受力最大。

磁感应强度 $\vec{B}$ 的定义 方向：先由电流元受力为零的取向确定 $\vec{B}$ 所在的轴，再规定 $\vec{B}$ 的指向，使电流元受力满足 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ 。

大小：电流元垂直于 $\vec{B}$ 时受力最大，磁感应强度的大小定义为

$$B = \frac{dF_{\max}}{Idl} \quad (1)$$

2 磁通量与高斯定理

2.1 磁通量

磁通量表征穿过某一面积 S 的磁场，单位为韦伯 (Wb)。

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos \theta dS \quad (2)$$

对于均匀磁场和平面的情况： $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta$ 。

2.2 磁场的高斯定理

对于任意闭合曲面：

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3)$$

物理意义：磁场的散度为零，磁力线没有起点与终点，不存在孤立的磁单极子。

3 磁场对运动电荷与电流的作用

3.1 洛伦兹力

运动电荷在磁场中所受的力称为洛伦兹力：

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (4)$$

- 大小： $f = |q|vB \sin \theta$ (θ 为 $\vec{v}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角)。
- 方向：由右手螺旋定则确定（正电荷受力方向，负电荷相反）。
- 做功：因为洛伦兹力 $\vec{f}$ 始终垂直于速度 $\vec{v}$ ($\vec{f} \perp \vec{v}$)，所以洛伦兹力始终不做功。

3.2 霍尔效应

在一个通有电流的导体（或半导体）板上，若垂直于板面施加磁场，则板面两侧会在同时垂直于电流和磁场的方向上出现电势差，这一现象称为**霍尔效应**。

以下用 q 表示载流子电荷量的大小。若载流子带负电，图中的电荷积累方向与霍尔电压极性均反向。当达到动态平衡时，电场力与洛伦兹力平衡：

$$f_e = f_m \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow E = vB \quad (5)$$

横向霍尔电势差的大小为

$$U_H = El = vBl \quad (6)$$

结合微观电流公式 $I = nqSv = nq(ld)v \Rightarrow v = \frac{I}{nql d}$ ，代入得：

$$U_H = \frac{IB}{nqd} = |R_H| \frac{IB}{d}, \quad |R_H| = \frac{1}{nq} \quad (7)$$

3.3 安培力

一段长为 L 直载流导线所受的磁力。微观上是载流子所受洛伦兹力的宏观表现。导线内载流子总数 $N = n \cdot L \cdot S$ 。

$$\vec{F}_m = Nq\vec{v} \times \vec{B} = nLSq\vec{v} \times \vec{B} \quad (8)$$

又因为电流 $I = nqvS$ ，故可得：

安培力公式

$$\vec{F}_m = I\vec{L} \times \vec{B} \quad (9)$$

大小为 $F_m = ILB \sin \alpha$ ，其中 α 为导线与 $\vec{B}$ 的夹角；方向由右手螺旋定则确定。

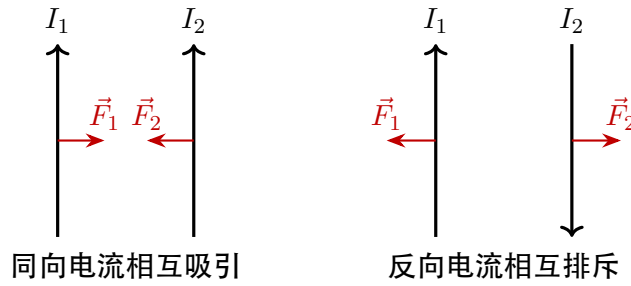


图 1: 平行长直导线之间的安培力

平行长直导线间的相互作用力: 两根平行长直导线相距 r 时, 单位长度导线所受安培力的大小为

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad (10)$$

3.4 闭合线圈在匀强磁场中的作用

线圈在匀强磁场中受到的合外力为零, 即质心不平动:

$$\sum \vec{F}_i = \oint I d\vec{l} \times \vec{B} = I \left(\oint d\vec{l} \right) \times \vec{B} = 0 \quad (11)$$

但受到的**磁力矩**不为零, 使得线圈绕对称轴转动。

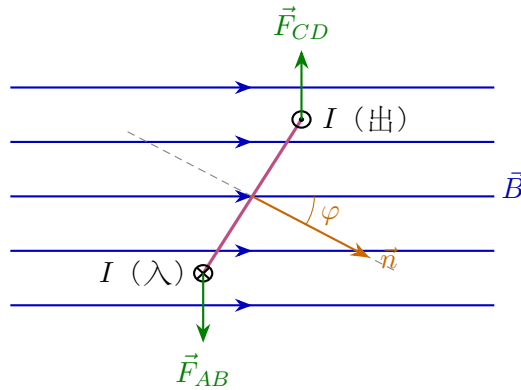


图 2: 矩形载流线圈在匀强磁场中的侧视受力图

$$\text{力矩大小: } M_1 = F_{CD} \frac{l_1}{2} \sin \varphi, \quad M_2 = F_{AB} \frac{l_1}{2} \sin \varphi$$

$$M = M_1 + M_2 = (IBl_2)l_1 \sin \varphi = IBS \sin \varphi \quad (12)$$

单匝线圈的磁矩为 $\vec{m} = I\vec{S}$; N 匝线圈的磁矩为 $\vec{m} = NI\vec{S}$ 。磁力矩满足

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}. \quad (13)$$

平衡状态分析:

- $\varphi = 0$: $\Phi_m = BS$ (最大), $M = 0$, 处于**稳定平衡**。

- $\varphi = \pi$: $\Phi_m = -BS$ (极小), $M = 0$, 处于非稳定平衡。
- $\varphi = \pi/2$: $\Phi_m = 0$, $M = IBS$, 此时力矩最大。

结论: 在磁力矩作用下, 磁矩 $\vec{m}$ 总是趋向于转向外磁场 $\vec{B}$ 的方向, 使磁通量变大。

4 电磁感应

4.1 法拉第电磁感应定律

不论用什么方法, 只要使穿过闭合导体回路的磁通量发生变化, 此回路中就会有电流产生, 这种电流被称为感应电流。这一现象被称为电磁感应现象。

感应电动势:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt} = -N\frac{d\Phi_m}{dt}, \quad \Psi = N\Phi_m \quad (14)$$

引起的因素: 磁场 $\vec{B}$ 变化、面积 S 变化、或夹角 θ 变化 ($\Phi = BS \cos \theta$)。

4.2 电动势的本质

电动势由非静电场 $\vec{E}_k$ 提供: $\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$ 。非静电力做功: $A_k = \int_{-}^{+} \vec{F}_k \cdot d\vec{l} = q \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$ 。

$$\text{电动势 } \mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} \quad \text{单位: 伏特 (V)} \quad (15)$$

物理意义: 电源把单位正电荷从负极移到正极时非静电力所作的功。它是标量, 规定方向为电势升高的方向。

4.3 楞次定律

楞次定律 感应电流具有这样的方向, 即感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化。这是能量守恒定律所要求的。例如: 当磁铁插入线圈时, 按照楞次定律, 感应电流激发的磁场抵消原磁通量的增加, 线圈将对磁棒产生排斥力。外界必须克服排斥力对磁棒作功, 因此电能的获得是以消耗机械能为代价的。

4.4 直导线与矩形线圈的感应电动势

例题 无限长直导线中通有电流 $I = I_0 \sin \omega t$ 。求与导线共面的矩形回路中的感应电动势。

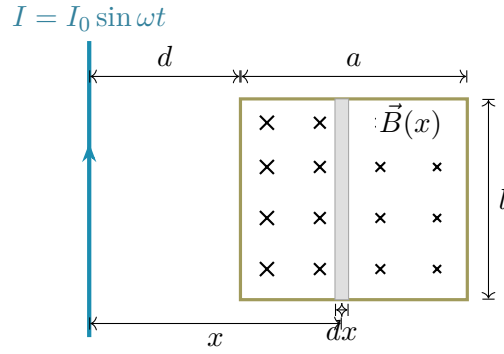


图 3: 长直导线与共面矩形回路

解: 已知无限长直导线在距离 x 处产生的磁场 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 。在任意坐标 x 处取一面元 $dS = l dx$ 。穿过整个回路的磁通量为:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_d^{d+a} B(l dx) = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) \quad (16)$$

由法拉第电磁感应定律, 感应电动势:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) \cdot \frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 l \omega}{2\pi} \cos(\omega t) \ln \left(\frac{d+a}{d} \right) \quad (17)$$

5 动生电动势与感生电动势

5.1 动生电动势

由导体在磁场中运动 (切割磁力线) 产生的电动势。非静电力来源于洛伦兹力。

$$\vec{F}_m = (-e)\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{E}_k = \frac{\vec{F}_m}{-e} = \vec{v} \times \vec{B} \quad (18)$$

$$\mathcal{E}_i = \int \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (19)$$

若一根长为 l 的直杆垂直于匀强磁场以速度 v 运动, 则 $\mathcal{E}_i = vBl$ 。

5.2 感生电动势

由磁场随时间变化而产生的电动势。变化的磁场在其周围空间激发感生电场, 也称涡旋电场。闭合回路中的感生电动势由该电场产生。

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (20)$$

(感生电场线是闭合的, 与静电场起于正电荷终于负电荷不同)。