
哥本哈根诠释分析

钱学森学院 少年班 240
西安交通大学

or

摘要

哥本哈根诠释常被简化为“观察导致坍缩”，但这一说法遮蔽了更具体的物理内容：量子对象的物理属性不能脱离实验安排获得经典意义，量子理论给出的也不是单个微观对象的确定轨道，而是可能测量结果的概率结构。本文从互补性、Born 规则与投影测量出发，讨论测量如何把量子态同可记录的经典结果联系起来。随后以二能级量子系统为例，给出态表示、自由演化、投影测量、指针耦合与退相干模型。为补足物理图像，本文基于 Qiskit Metal 构建 planar transmon 与 CPW 读出谐振腔的几何模型，基于 squbits 计算 transmon 能级和色散位移，并基于 QuTiP 建立含腔损耗、能量弛豫和纯退相干的色散读出主方程。仿真结果显示：读出谐振腔的两个指针态在 IQ 平面中分离， $2.0\ \mu\text{s}$ 时指针间距为 0.733，量子比特约化密度矩阵的非对角元降至 1.70×10^{-14} ，同调判决变量的信噪比为 7.65，阈值判决保真度为 1.000。这说明测量相互作用先建立系统与仪器的关联，退相干使宏观记录稳定，而单次结果仍要通过 Born 概率和条件化更新来表述。

1 引言

玻尔在 1928 年的论文《The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory》中提出：

“Now the quantum postulate implies that any observation of atomic phenomena will involve an interaction with the agency of observation not to be neglected.” [2]

这句话可以译为：

“量子公设意味着，任何对原子现象的观察都会包含一种不可忽略的、与观察手段之间的相互作用。”

在赵凯华、罗蔚茵《新概念物理教程：量子物理》中，哥本哈根诠释主要通过玻尔的互补性原理来说明。以电子双缝实验为例，当实验不记录电子从哪条缝通过时，屏幕上出现干涉条纹；当设置哪条路检测器时，路径信息可以获得，但干涉条纹随之消失。电子并不是预先带着“波”或“粒子”两张标签，而是在不同实验条件下呈现出相互补充又不能同时使用的经典图像 [8]。

因此，哥本哈根诠释的核心问题可以概括为：在给定实验安排下，量子理论如何计算可能记录的概率；当记录出现后，又如何更新我们对系统状态的描述。下面先从理论结构谈起，再用测量模型、二能级系统和一个色散读出仿真把这一思想写成较明确的物理图像。

2 哥本哈根诠释的原始理论结构

2.1 从经典测量到量子测量

经典物理中的测量通常被理解为“读取”。质点被假定在任一时刻都有确定的位置和速度，行星沿确定轨道运动，仪器只是尽量轻微地取得这些信息。实际测量可能有误差或扰动，但这些被看作技术问题，而不是理论结构的限制。

原子尺度下，这种图像不再稳固。观察电子的位置，需要光子散射、探测器激发或其他相互作用；观察动量，也需要把动量信息转移到仪器上。由于自然界存在不可任意缩小的作用量单位，测量过程不能被理想化为完全无扰动的旁观。玻尔所说的“不可忽略”，正是指测量装置参与了现象的形成。

这并不意味着物理学转向主观心理学。哥本哈根诠释强调的是：物理量的意义来自实验条件。离开具体实验语境，直接追问电子“本来”具有哪个经典属性，往往只是把宏观经验中的概念强加到微观对象上。量子理论真正可靠的说法是：在某种装置下，可能出现哪些可记录结果，这些结果的概率是多少。

2.2 以双缝实验为例

双缝实验给出了最直接的例子。若不探测路径，左缝和右缝到达屏幕上位置 x 的概率振幅分别为 $\psi_L(x)$ 与 $\psi_R(x)$ ，则电子出现在 x 处的概率为

$$P(x) = |\psi_L(x) + \psi_R(x)|^2.$$

展开后可见，干涉条纹来自交叉项

$$2 \operatorname{Re}[\psi_L(x) \psi_R^*(x)].$$

若在缝旁设置路径探测器，左、右路径会分别对应仪器状态 $|D_L\rangle$ 与 $|D_R\rangle$ ，总态可写成

$$\psi_L(x) |D_L\rangle + \psi_R(x) |D_R\rangle.$$

此时干涉项变为

$$2 \operatorname{Re}[\psi_L(x) \psi_R^*(x) \langle D_R | D_L \rangle].$$

当路径记录可以清楚区分时， $\langle D_R | D_L \rangle \simeq 0$ ，干涉项随之消失。这里并没有“意识让波函数坍缩”的必要说法；取得路径信息，本身就要求电子与探测器发生能够留下区分记录的相互作用。

这就是互补性的具体含义。路径图像和干涉图像都能描述实验事实，但它们依赖的实验安排互不相容。保留干涉，就不能同时拥有清晰路径记录；得到路径记录，就破坏了形成干涉所需的相干性。哥本哈根诠释并不否认客观世界，而是限制经典概念的使用范围：波、粒子、轨道、位置这些词仍然可以用，但必须说明它们对应怎样的实验条件。

3 测量模型的数学结构

3.1 Born 规则

设被测系统的希尔伯特空间为 $\mathcal{H}_S$ ，测量仪器的希尔伯特空间为 $\mathcal{H}_M$ 。被测物理量用自伴算符 A 表示。对离散、非简并谱，可写作

$$A = \sum_i a_i P_i, \quad P_i = |a_i\rangle \langle a_i|.$$

若测量前系统处于

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle, \quad \sum_i |c_i|^2 = 1,$$

则 c_i 是结果 a_i 的概率幅，而不是隐藏的经典属性。

理想测量可用系统与仪器的联合么正演化表示 [3, 6]。设仪器初态为 $|M_0\rangle$ ，若系统本来处于 $|a_i\rangle$ ，测量后仪器指向 $|M_i\rangle$ ，即

$$U(|a_i\rangle|M_0\rangle) = |a_i\rangle|M_i\rangle.$$

由线性性，对一般叠加态有

$$U(|\psi\rangle|M_0\rangle) = \sum_i c_i |a_i\rangle|M_i\rangle.$$

测量的第一步因此不是“读出已有数值”，而是把系统的不同本征分量同不同指针状态关联起来。

若不同指针状态在宏观上可区分， $\langle M_i|M_j\rangle \simeq \delta_{ij}$ 。按照 Born 规则，读数 a_i 出现的概率为

$$p_i = \|P_i|\psi\rangle\|^2 = \langle\psi|P_i|\psi\rangle = |c_i|^2.$$

当一次实验已经得到结果 a_i 时，系统状态按条件化规则更新为

$$|\psi\rangle \mapsto \frac{P_i|\psi\rangle}{\sqrt{\langle\psi|P_i|\psi\rangle}}.$$

3.2 测量问题与非选择性更新

若只看系统和仪器的么正演化，测量后得到的是

$$\sum_i c_i |a_i\rangle|M_i\rangle,$$

它仍是一个叠加态。可是实际实验中，仪器只留下某一个确定读数。这就是测量问题的尖锐处：薛定谔方程给出连续么正演化，实验记录却表现为离散而确定的事件。

哥本哈根诠释采取一种操作上清楚的处理方式。量子态用来计算给定实验安排下各可能结果的概率；实际出现的读数用经典语言记录；一旦知道读数，就对状态作条件化更新。若只知道测量发生而不读取具体结果，则得到非选择性测量

$$\rho \mapsto \sum_i P_i \rho P_i.$$

这个映射保留各结果的概率权重，同时去掉不同测量结果之间的相干项。它说明了为什么不读取结果的测量也会改变后续干涉实验的统计分布。

这里所谓“经典”并不是把世界硬分成量子 and 经典两半，而是说一次实验必须有可交流、可复查的记录。屏幕位置、磁场方向、探测器通道和指针读数都要用经典语言说明，否则实验结果无法成为公共知识。

3.3 环境退相干的作用边界

把环境也纳入模型后，测量后的系统、仪器、环境总态可写成

$$|\Psi_{SME}\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle|M_i\rangle|E_i\rangle.$$

若不跟踪环境自由度，对环境取迹得

$$\rho_{SM} = \sum_{i,j} c_i c_j^* |a_i\rangle|M_i\rangle\langle a_j| \langle M_j| \langle E_j|E_i\rangle.$$

宏观环境自由度极多，不同记录对应的环境状态通常会很快近似正交 [5, 7]。于是当 $i \neq j$ 时， $\langle E_j | E_i \rangle \simeq 0$ ，约化密度矩阵近似变为

$$\rho_{SM} \simeq \sum_i |c_i|^2 |a_i\rangle \langle a_i| |M_i\rangle \langle M_i|.$$

退相干解释了宏观记录为什么稳定，也解释了不同结果分支之间为什么难以重新发生可观察干涉。但它并不自动替代单次结果的投影更新。它说明相干项如何被压低，而“实际记录是哪一项”仍需同概率解释和实验事实一起处理。哥本哈根传统的回答是：量子理论给出各种可能经典记录的概率；记录一旦出现，就作为现象的一部分被陈述。

4 二能级量子系统测量模型

4.1 二能级近似与态表示

为了把上述思想写得更具体，考虑一个二能级系统。设完整哈密顿量为

$$H = \sum_n E_n |n\rangle \langle n| + V.$$

若在给定实验条件下只有 $|0\rangle$ 与 $|1\rangle$ 两个态主要参与动力学，取投影算符

$$P = |0\rangle \langle 0| + |1\rangle \langle 1|,$$

则有效哈密顿量可写为

$$H_{\text{eff}} = PHP.$$

在 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 基底中，任意二能级哈密顿量都可写成 Pauli 矩阵展开式

$$H_S = h_0 I + h_x \sigma_x + h_y \sigma_y + h_z \sigma_z.$$

其中 $h_0 I$ 只给出整体相位，通常可略去，于是

$$H_S = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\sigma}.$$

无外场驱动时常取 $H_S = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z$ ，两能级能量差为 $\Delta E = \hbar\omega_0$ 。

二能级纯态写成

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

若在 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 基底测量，则

$$p_0 = |\alpha|^2, \quad p_1 = |\beta|^2.$$

对应密度矩阵为

$$\rho = |\psi\rangle \langle \psi| = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}.$$

对角元给出测量概率，非对角元给出相干性。任意二能级密度矩阵还可写成 Bloch 形式

$$\rho = \frac{1}{2} (I + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad r_i = \text{Tr}(\rho \sigma_i).$$

纯态满足 $|\mathbf{r}| = 1$ ，混态满足 $|\mathbf{r}| < 1$ 。

4.2 自由演化与投影测量

密度矩阵满足 Liouville-von Neumann 方程

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H_S, \rho].$$

代入 $H_S = \frac{\hbar}{2}\mathbf{\Omega} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ 与 $\rho = \frac{1}{2}(I + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma})$, 利用 Pauli 矩阵对易关系, 可得

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}.$$

因此二能级态在 Bloch 球上绕 $\mathbf{\Omega}$ 方向进动。若 $H_S = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z$, 则

$$r_x(t) = r_x(0) \cos \omega_0 t - r_y(0) \sin \omega_0 t,$$

$$r_y(t) = r_x(0) \sin \omega_0 t + r_y(0) \cos \omega_0 t, \quad r_z(t) = r_z(0).$$

也就是说, σ_z 哈密顿量不改变 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 的占有概率, 只改变相对相位。

测量 σ_z 时, 投影算符为

$$P_0 = |0\rangle\langle 0| = \frac{1}{2}(I + \sigma_z), \quad P_1 = |1\rangle\langle 1| = \frac{1}{2}(I - \sigma_z).$$

若

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix},$$

则 $p_0 = \rho_{00}$, $p_1 = \rho_{11}$ 。已知结果为 i 时, 状态更新为

$$\rho \mapsto \frac{P_i \rho P_i}{\text{Tr}(P_i \rho)}.$$

若不读取具体结果, 则

$$\rho \mapsto P_0 \rho P_0 + P_1 \rho P_1 = \begin{pmatrix} \rho_{00} & 0 \\ 0 & \rho_{11} \end{pmatrix}.$$

因此, σ_z 非选择性测量保留占有概率, 消去相干项。

4.3 指针耦合与退相干

设仪器初态为 $|M_{\text{init}}\rangle$ 。理想 σ_z 测量要求

$$|0\rangle |M_{\text{init}}\rangle \mapsto |0\rangle |M_0\rangle, \quad |1\rangle |M_{\text{init}}\rangle \mapsto |1\rangle |M_1\rangle.$$

于是对一般态有

$$(\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) |M_{\text{init}}\rangle \mapsto \alpha |0\rangle |M_0\rangle + \beta |1\rangle |M_1\rangle.$$

只看系统而对仪器取迹, 系统密度矩阵变为

$$\rho_S = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^*\gamma \\ \alpha^*\beta\gamma^* & |\beta|^2 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \langle M_1 | M_0 \rangle.$$

若 $\gamma \approx 1$, 仪器读数不能区分, 相干基本保留; 若 $\gamma \approx 0$, 读数可以区分, 相干项消失。

这一过程可用 von Neumann 指针模型表示。设指针坐标为 q , 共轭动量为 P_M , 取相互作用

$$H_{\text{int}}(t) = g(t)\sigma_z \otimes P_M, \quad \kappa = \int g(t) dt.$$

演化算符

$$U_{\text{int}} = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\kappa\sigma_z \otimes P_M\right)$$

会把初始指针波包分别平移到 $\phi_0(q - \kappa)$ 与 $\phi_0(q + \kappa)$ 。若初始波包宽度为 s , 两个指针波包的重叠为

$$\gamma = \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2s^2}\right).$$

$\kappa \ll s$ 时是弱测量, 相干保留较多; $\kappa \gg s$ 时是强测量, 相干近似消失。

宏观仪器还会与环境耦合。测量后可写作

$$|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle |M_0\rangle |E_0\rangle + \beta |1\rangle |M_1\rangle |E_1\rangle.$$

对仪器和环境取迹后，系统非对角元受到两个重叠因子的共同压低：

$$\rho_{01} \mapsto \rho_{01} \langle M_1 | M_0 \rangle \langle E_1 | E_0 \rangle.$$

若环境状态也可区分， $\langle E_1 | E_0 \rangle \approx 0$ ，相干项迅速衰减。连续退相干可用主方程写成

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H_S, \rho] + \frac{\Gamma}{2} (\sigma_z \rho \sigma_z - \rho),$$

其退相干部分给出

$$\rho_{01}(t) = \rho_{01}(0) e^{-\Gamma t}, \quad \rho_{00}(t) = \rho_{00}(0), \quad \rho_{11}(t) = \rho_{11}(0).$$

这再次说明：退相干主要压低非对角元，而不改变该基底下的占有概率。

4.4 互补测量与逻辑链

互补性在二能级系统中可用 σ_z 与 σ_x 的关系表示。定义

$$|x+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad |x-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle).$$

对 $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ 测量 σ_x ，得到

$$p_{x+} = \frac{1}{2} + \text{Re}(\alpha\beta^*), \quad p_{x-} = \frac{1}{2} - \text{Re}(\alpha\beta^*).$$

这里的 $\text{Re}(\alpha\beta^*)$ 正来自密度矩阵的非对角元，也就是相干项。若先做一次不读取结果的 σ_z 测量，状态变为

$$\rho' = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{pmatrix},$$

再测 σ_x ，则 $p_{x+} = p_{x-} = 1/2$ 。原先依赖相干性的偏差消失了。

算符上，

$$[\sigma_z, \sigma_x] = 2i\sigma_y \neq 0,$$

二者没有共同本征态。一次 σ_z 测量会破坏 σ_x 测量所需的相干，这正是双缝实验中“路径记录”和“干涉条纹”不能同时保留的二能级版本。

整个模型可以压缩成以下逻辑链。先把实际系统约化到二能级子空间：

$$H \mapsto H_{\text{eff}} = PHP \mapsto H_S = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\sigma}.$$

态用密度矩阵或 Bloch 向量表示：

$$\rho = \frac{1}{2}(I + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}).$$

测量通过系统与仪器耦合建立关联：

$$(\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) |M_{\text{init}}\rangle \mapsto \alpha |0\rangle |M_0\rangle + \beta |1\rangle |M_1\rangle.$$

对仪器和环境取迹后，非对角元按

$$\rho_{01} \mapsto \rho_{01} \langle M_1 | M_0 \rangle \langle E_1 | E_0 \rangle$$

衰减。若读出具体的结果，则用

$$\rho \mapsto \frac{P_i \rho P_i}{\text{Tr}(P_i \rho)}$$

作选择性更新；若只知道测量发生，则用

$$\rho \mapsto \sum_i P_i \rho P_i$$

描述非选择性测量。

5 色散读出仿真的物理图像

5.1 从二能级模型到读出装置

上面的二能级模型还很抽象。为了说明“指针状态”和“经典记录”在电路量子电动力学装置中对应什么，本文基于 Qiskit Metal 搭建 planar transmon 与 CPW 读出谐振腔的几何模型。图 1 左侧是 transmon 的金属岛和约瑟夫森结，右侧是 meandered CPW 读出谐振腔与开路端。这个布局把量子比特、结和读出腔放在同一个芯片模型中，因此前文的“仪器”不再只是抽象希尔伯特空间 $\mathcal{H}_M$ ，而是一个能够同量子比特交换微波信息的电路结构。

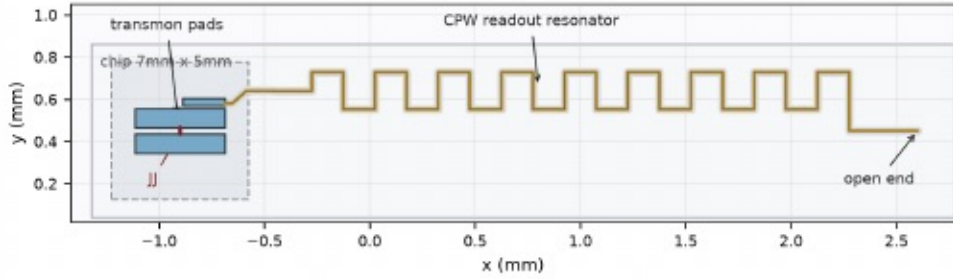


Figure 1: 芯片布局

transmon 的低能谱在合适参数下可约化为 $|g\rangle$ 与 $|e\rangle$ 两个能级 [4]。本文用 squbits 对 transmon 哈密顿量进行数值对角化，得到 $E_J = 15.430$ GHz、 $E_C = 0.223$ GHz、 $E_J/E_C = 69.13$ 。图 2 给出前六个能级，相邻跃迁 $f_{01} = 5.015$ GHz， $f_{12} = 4.765$ GHz，非谐性为 -250.0 MHz。 f_{01} 确定二能级测量基底， $f_{12} - f_{01}$ 则给出高能级误激发的能量尺度；因此更高能级不是完全丢弃，而是作为泄漏风险保留在物理图像中。

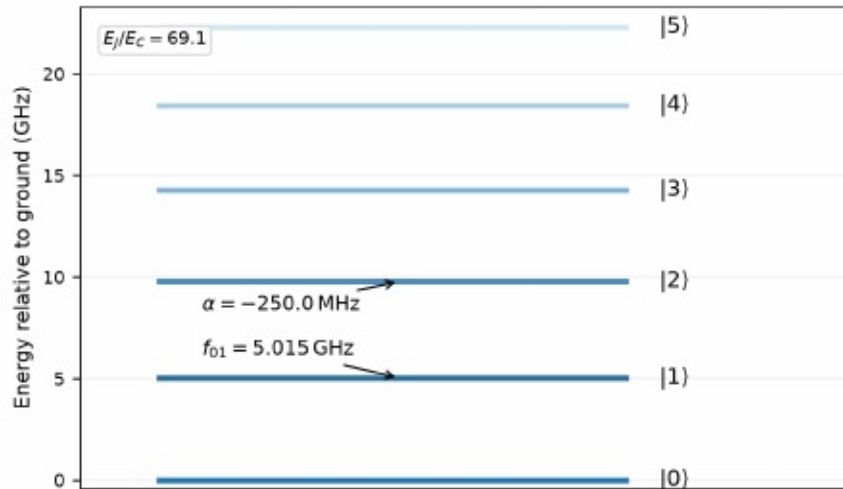


Figure 2: 能级结构

读出谐振腔把量子比特状态映射为不同的微波场响应 [1]。本文基于 QuTiP 构建“二能级 transmon $\otimes$ 截断谐振腔”的复合希尔伯特空间，并在主方程中加入腔损耗、能量弛豫和纯退相干。色散近似下，旋转参考系中的读出哈密顿量可写成

$$H/\hbar = \chi a^\dagger a \sigma_z + \epsilon(t) a^\dagger + \epsilon^*(t) a.$$

这里 $\chi/2\pi = -1.496$ MHz，腔线宽 $\kappa/2\pi = 3.0$ MHz，读出驱动幅度为 2.0 MHz，演化时间为 $2.0 \mu\text{s}$ 。当量子比特处于 $|g\rangle$ 或 $|e\rangle$ 时，同一个读出脉冲会产生不同的腔场相干态轨迹，这就是抽象指针态 $|M_g\rangle$ 、 $|M_e\rangle$ 在 circuit QED 中的物理对应物。

5.2 指针态分离与退相干

设腔场相干态振幅为 $\alpha_g(t)$ 与 $\alpha_e(t)$ 。在数值计算中，分别把量子比特制备在 $|g\rangle$ 与 $|e\rangle$ ，再从主方程解中提取 $\langle a \rangle(t)$ 作为读出腔指针坐标。读出开始时二者都接近真空，随后在 IQ 平面上沿不同轨迹运动。图 3 中， $2.0 \mu\text{s}$ 时的指针间距为 $|\alpha_e - \alpha_g| = 0.733$ ；在脉冲平台段内，最大指针间距出现在 $0.369 \mu\text{s}$ ，数值为 1.311。这个过程正对应前文的映射

$$(\alpha|g\rangle + \beta|e\rangle)|M_{\text{init}}\rangle \mapsto \alpha|g\rangle|M_g\rangle + \beta|e\rangle|M_e\rangle.$$

区别在于，仿真中的 $|M_g\rangle$ 与 $|M_e\rangle$ 不是抽象标签，而是带损耗谐振腔中两个可计算的相干态轨迹。

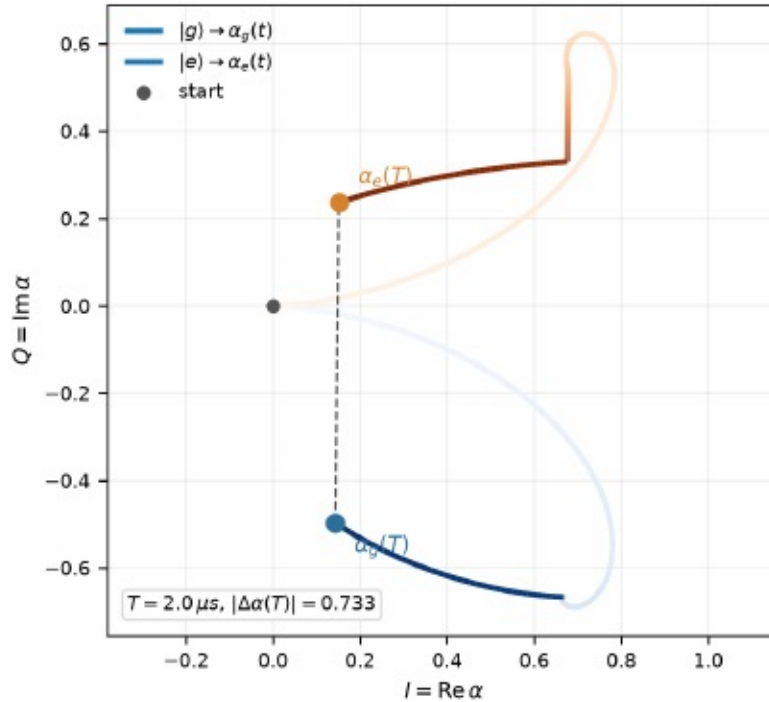


Figure 3: 指针轨迹

指针态分离会同时带来退相干。图 4 同时给出腔内光子数、指针间距、相干项衰减和约化量子比特布居。仿真从 $(|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2}$ 出发，跟踪约化密度矩阵的非对角元 ρ_{ge} ：在 $0.501 \mu\text{s}$ 时， $|\rho_{ge}|/|\rho_{ge}(0)| = 1.75 \times 10^{-3}$ ；在 $1.001 \mu\text{s}$ 时，这一比值降为 3.75×10^{-7} ；到 $2.0 \mu\text{s}$ 时， $|\rho_{ge}| = 1.70 \times 10^{-14}$ ，只剩初值的 3.40×10^{-14} 。这组数值把“可区分指针态导致相干项消失”从文字表述变成了可计算曲线。

密度矩阵图像把这个结论显示得更直接。图 5 是对谐振腔自由度做偏迹后得到的量子比特约化密度矩阵，实部和虚部分别显示了布居与相干项。初态有实部非对角元 0.50，而在 $0.67 \mu\text{s}$ 以后非对角元已被压到图中两位小数不可见。由于模型同时含有弛豫通道，对角布居

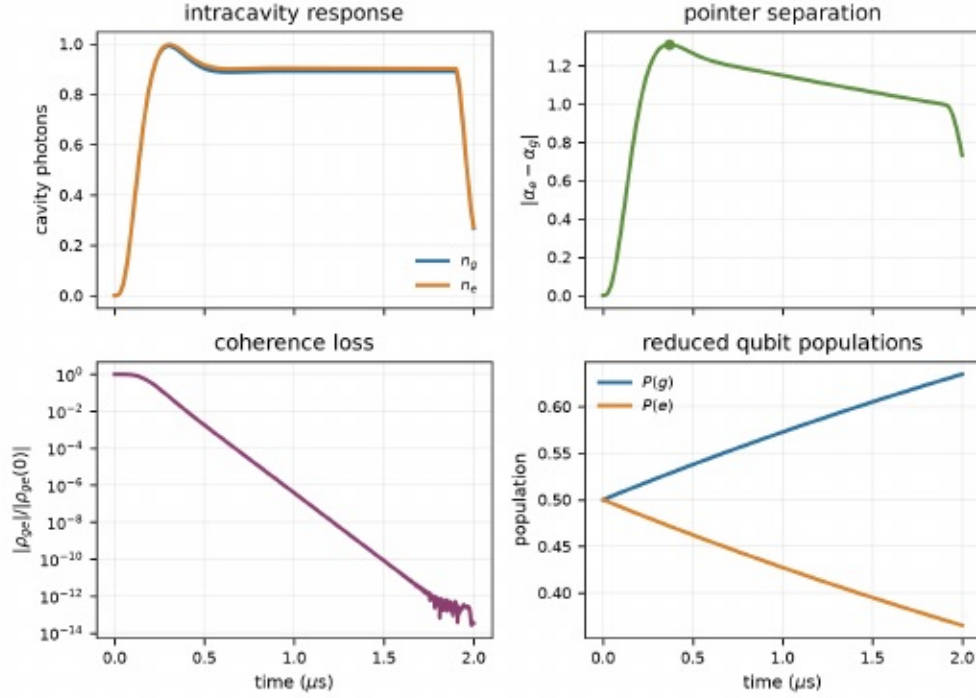


Figure 4: 读出动力学

从初始的 $P(g) = P(e) = 0.50$ 演化到 $2.0 \mu\text{s}$ 时的 $P(g) = 0.635$ 、 $P(e) = 0.365$ 。这和理想非选择性投影测量不同：理想投影只消去非对角元，而这里的开放系统动力学还包含能量弛豫。

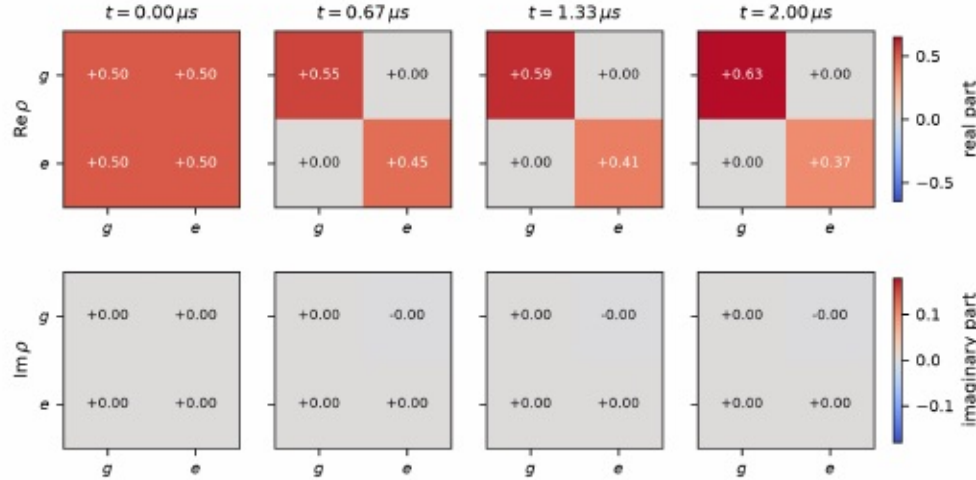


Figure 5: 密度矩阵演化

5.3 单次同调记录

最后一步是把退相干图像同实际记录联系起来。本文沿两条指针轨迹差最大的相位选择同调象限，并把输出场在读出时间内积分，得到一个可比较的实数判决变量。图 6 中， $|g\rangle$ 与 $|e\rangle$ 的判决变量中心分别为 $x_g = -6.269$ 与 $x_e = 4.547$ ，阈值为 -0.861 ，噪声标准差为

1.414。两个中心相距 10.816，信噪比为 7.65；在 6000 次采样中，阈值判决保真度为 1.000。这说明一次测量最后留下的是一个经典电压型记录，而不是一条测量前已经存在的经典轨道。

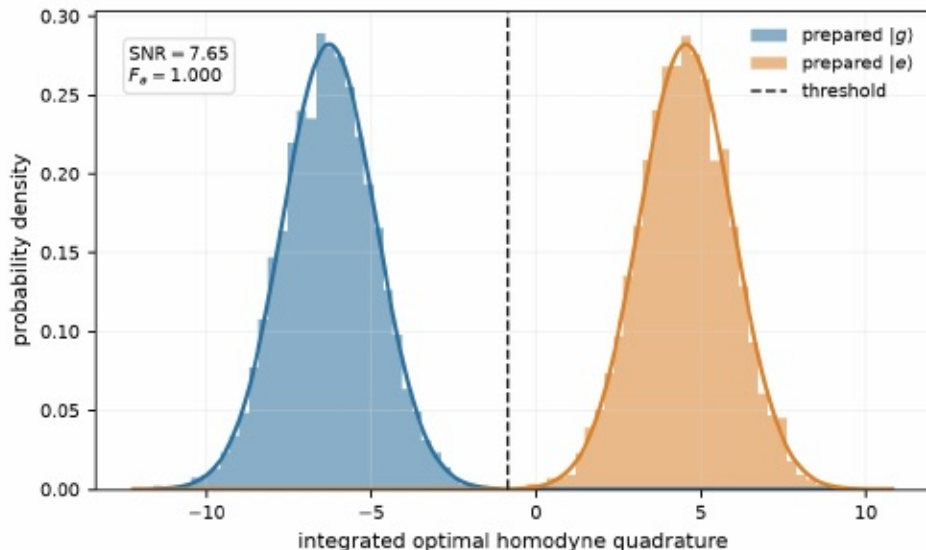


Figure 6: 同调读出分布

因此，基于 Qiskit Metal、scqubits 和 QuTiP 的仿真链路补上了三步物理图像。第一，芯片几何模型把量子比特和读出腔落实为同一个电路结构。第二，色散主方程把量子比特基底态映射为谐振腔中的两个指针相干态，并通过腔损耗压低约化密度矩阵的非对角元。第三，同调积分和阈值判决把输出场转化为一个经典数值。这样，哥本哈根诠释中的“实验安排”可记录结果和“状态更新”不再只是文字表述，而对应到芯片布局、色散哈密顿量、腔损耗、IQ 指针态和阈值判决这些具体物理量。

6 结论

本文的理论部分说明，哥本哈根诠释并不是把人的意识放进动力学方程，而是要求把物理量的意义放回具体实验安排中。双缝实验中的路径记录会压低干涉项，二能级系统中的 σ_z 测量会消去 σ_x 所需的非对角元，二者是同一结构的不同实现。

色散读出仿真进一步说明，现代量子工程可以把这个结构画成可计算的物理过程。指针态分离解释了仪器怎样获得区分信息，退相干解释了相干项怎样在约化描述中消失，单次同调记录和阈值判决则说明输出场怎样变成经典读数。退相干给出了经典记录稳定出现的机制，但它仍不单独回答“这一次为什么就是这个结果”。哥本哈根诠释在这里采取的立场是：量子态给出给定装置下可能记录的概率；实际记录出现后，用经典语言陈述结果，并按条件化规则更新状态。

A 核心代码片段

本附录只列出复现实验逻辑所需的核心片段，重点保留参数计算、主方程、同调判决和配图生成四个环节。

A.1 Transmon 参数与色散位移

```
1 def compute_parameters():
2     transmon, EJ, EC = build_transmon()
3
```

```

4     evals = np.asarray(transmon.eigenvals(evals_count=TARGET.truncated_dim))
5     evals = evals - evals[0]
6
7     f01 = float(evals[1] - evals[0])
8     f12 = float(evals[2] - evals[1])
9     alpha = float(f12 - f01)
10
11     nmat = get_n_matrix_in_eigenbasis(transmon,
12                                       evals_count=TARGET.truncated_dim)
13     n01 = float(abs(nmat[0, 1]))
14
15     fr = TARGET.fr_ghz
16     g = TARGET.g_ghz
17
18     delta = f01 - fr
19
20     # Transmon dispersive shift.
21     # Sign depends on convention. This form is common for weakly anharmonic
22     transmon.
23     chi = g**2 * alpha / (delta * (delta + alpha))
24
25     params = {
26         "EJ_GHz": float(EJ),
27         "EC_GHz": float(EC),
28         "EJ_over_EC": float(EJ / EC),
29         "f01_GHz": f01,
30         "f12_GHz": f12,
31         "anharmonicity_GHz": alpha,
32         "fr_GHz": fr,
33         "g_GHz": g,
34         "detuning_Delta_GHz": float(delta),
35         "chi_GHz": float(chi),
36         "chi_MHz": float(chi * 1000.0),
37         "n01": n01,
38         "energy_levels_GHz": [float(x) for x in evals],
39     }
40
41     with open(OUT / "transmon_params.json", "w", encoding="utf-8") as f:
42         json.dump(params, f, indent=2)
43
44     return transmon, params, nmat

```

Listing 1: Transmon 参数计算和色散位移估计

A.2 QuTiP 读出主方程

```

1     qt, op = make_qutip_objects()
2
3     chi = ghz_to_rad_per_us(params["chi_GHz"])
4     kappa = mhz_to_rad_per_us(READOUT.kappa_mhz)
5
6     gamma1 = 2.0 * np.pi * READOUT.gamma1_khz * 1e-3
7     gamma_phi = 2.0 * np.pi * READOUT.gamma_phi_khz * 1e-3
8
9     eps0 = mhz_to_rad_per_us(READOUT.drive_mhz)
10
11     tlist = np.linspace(0.0, READOUT.t_final_us, READOUT.n_steps)
12

```

```

13 a = op["a"]
14 adag = op["adag"]
15 n = op["n"]
16 sz = op["sz"]
17 sm = op["sm"]
18
19 # Rotating-frame dispersive Hamiltonian.
20 H0 = chi * n * sz
21
22 # Smooth readout pulse envelope.
23 def eps_t(t, **kwargs):
24     rise_time = 0.04
25     fall_time = 0.04
26     fall_start = READOUT.t_final_us - 0.10
27
28     rise = 1.0 - np.exp(-t / rise_time)
29
30     if t <= fall_start:
31         fall = 1.0
32     else:
33         fall = np.exp(-(t - fall_start) / fall_time)
34
35     return eps0 * rise * fall
36
37 # Drive Hamiltonian. With a real eps_t this drives one resonator
38 # quadrature.
39 H_drive = 1j * (adag - a)
40
41 H = [
42     H0,
43     [H_drive, eps_t],
44 ]
45
46 # Collapse operators.
47 # Cavity leakage is the physical channel through which the measurement
48 # record emerges.
49 c_ops = [
50     np.sqrt(kappa) * a,
51     np.sqrt(gamma1) * sm,
52     np.sqrt(gamma_phi / 2.0) * sz,
53 ]
54
55 # Expectation values to store.
56 e_ops = [
57     a,
58     adag * a,
59     sz,
60 ]
61
62 result = qt.mesolve(
63     H,
64     initial_state,
65     tlist,
66     c_ops=c_ops,
67     e_ops=e_ops,
68     options={
69         "store_states": True,
70         "nsteps": 20000,
71         "progress_bar": "",

```

```

71     },
72     )
73
74     return tlist, result

```

Listing 2: 色散读出哈密顿量、读出脉冲和耗散通道

A.3 最佳同调象限与阈值判决

```

1     rng = np.random.default_rng(READOUT.random_seed)
2
3     t = df["t_us"].to_numpy()
4     kappa = mhz_to_rad_per_us(READOUT.kappa_mhz)
5
6     alpha_g = df["alpha_g_re"].to_numpy() + 1j * df["alpha_g_im"].to_numpy()
7     alpha_e = df["alpha_e_re"].to_numpy() + 1j * df["alpha_e_im"].to_numpy()
8
9     # Integrated complex pointer records.
10    zg = np.trapz(alpha_g, t)
11    ze = np.trapz(alpha_e, t)
12
13    # Optimal homodyne phase.
14    delta_z = ze - zg
15
16    if abs(delta_z) < 1e-12:
17        phi = 0.0
18    else:
19        phi = np.angle(delta_z)
20
21    def project(z):
22        return np.real(np.exp(-1j * phi) * z)
23
24    # Simplified input-output scaling.
25    scale = 2.0 * np.sqrt(READOUT.eta * kappa)
26
27    xg = scale * project(zg)
28    xe = scale * project(ze)
29
30    # With phi = arg(ze-zg), xe should be larger than xg.
31    center_separation = abs(xe - xg)
32
33    T = READOUT.t_final_us
34    sigma = np.sqrt(T)
35
36    samples_g = rng.normal(xg, sigma, READOUT.n_shots)
37    samples_e = rng.normal(xe, sigma, READOUT.n_shots)
38
39    threshold = 0.5 * (xg + xe)
40
41    if xg < xe:
42        err_g = np.mean(samples_g > threshold)
43        err_e = np.mean(samples_e < threshold)
44    else:
45        err_g = np.mean(samples_g < threshold)
46        err_e = np.mean(samples_e > threshold)
47
48    assignment_fidelity = 1.0 - 0.5 * (err_g + err_e)

```


A.4 论文配图生成

```

1 coh0 = df["rho_ge_abs"][0]
2 fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(7.2, 5.2), sharex=True)
3 axes = axes.ravel()
4
5 axes[0].plot(t, df["n_g"], color=BLUE, lw=2, label=r"$n_g$")
6 axes[0].plot(t, df["n_e"], color=ORANGE, lw=2, label=r"$n_e$")
7 axes[0].set_ylabel("cavity photons")
8 axes[0].set_title("intracavity response")
9 axes[0].legend(frameon=False)
10
11 axes[1].plot(t, df["pointer_separation"], color=GREEN, lw=2)
12 idx_max = int(np.argmax(df["pointer_separation"]))
13 axes[1].scatter([t[idx_max]], [df["pointer_separation"][idx_max]], s=22,
14                 color=GREEN)
15 axes[1].set_ylabel(r"$|\alpha_e-\alpha_g|$")
16 axes[1].set_title("pointer separation")
17
18 axes[2].semilogy(t, np.maximum(df["rho_ge_abs"] / coh0, 1e-16),
19                 color="#8c3f70", lw=2)
20 axes[2].set_ylabel(r"$|\rho_{ge}|/|\rho_{ge}(0)|$")
21 axes[2].set_xlabel(r"time ($\mu s$)")
22 axes[2].set_title("coherence loss")
23
24 axes[3].plot(t, df["p_g_superposition"], color=BLUE, lw=2, label=r"$P(g)$")
25 axes[3].plot(t, df["p_e_superposition"], color=ORANGE, lw=2,
26             label=r"$P(e)$")
27 axes[3].set_ylabel("population")
28 axes[3].set_xlabel(r"time ($\mu s$)")
29 axes[3].set_title("reduced qubit populations")
30 axes[3].legend(frameon=False)
31
32 for ax in axes:
33     ax.grid(True, alpha=0.45)

```

Listing 4: 从仿真输出表格重绘读出动力学子图

参考文献

- [1] Alexandre Blais, Arne L. Grimsmo, S. M. Girvin, and Andreas Wallraff. Circuit quantum electrodynamics. *Reviews of Modern Physics*, 93(2):025005, 2021.
- [2] Niels Bohr. The quantum postulate and the recent development of atomic theory. *Nature*, 121:580–590, 1928.
- [3] Max Born. Zur quantenmechanik der stoßvorgänge. *Zeitschrift für Physik*, 37:863–867, 1926.
- [4] Jens Koch, Terri M. Yu, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box. *Physical Review A*, 76(4):042319, 2007.

- [5] Maximilian Schlosshauer. Decoherence, the measurement problem, and interpretations of quantum mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 76(4):1267–1305, 2005.
- [6] John von Neumann. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 1955.
- [7] Wojciech H. Zurek. Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *Reviews of Modern Physics*, 75(3):715–775, 2003.
- [8] 赵凯华 and 罗蔚茵. 新概念物理教程：量子物理. 高等教育出版社, 北京, 2 edition, 2008. ISBN 978-7-04-022637-9.